TĐP 04: TAM GIÁC

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho ΔABC biết: B(2; –1), đường cao qua A có phương trình d_1: $3x-4y+27=0$, phân giác trong góc C có phương trình d_2: $x+2y-5=0$. Tìm toạ độ điểm A.

• *Phương trình BC:* $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-4}$ ⇒ *Toạ độ điểm* $C(-1;3)$

+ Gọi B' là điểm đối xứng của B qua d_2, I là giao điểm của BB' và d_2.

⇒ *phương trình BB':* $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2} \Leftrightarrow 2x-y-5=0$

+ Toạ độ điểm I là nghiệm của hệ: $\begin{cases}2x-y-5=0\\x+2y-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=1\end{cases} \Rightarrow I(3;1)$

+ Vì I là trung điểm BB' nên: $\begin{cases}x_{B'}=2x_I-x_B=4\\y_{B'}=2y_I-y_B=3\end{cases} \Rightarrow B'(4;3)$

+ Đường AC qua C và B' nên có phương trình: y –3 =0.

+ Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases}y-3=0\\3x-4y+27=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\y=3\end{cases} \Rightarrow A(-5;3)$

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đường cao AH, trung tuyến CM và phân giác trong BD. Biết $H(-4;1)$, $M\left(\frac{17}{5};12\right)$ và BD có phương trình $x+y-5=0$. Tìm tọa độ đỉnh A của tam giác ABC.

• *Đường thẳng Δ qua H và vuông góc với BD có PT:* $x-y+5=0$. $\Delta \cap BD = I \Rightarrow I(0;5)$

Giả sử $\Delta \cap AB = H'$. *ΔBHH' cân tại B ⇒ I là trung điểm của* $HH' \Rightarrow H'(4;9)$.

Phương trình AB: $5x+y-29=0$. *B = AB ∩ BD ⇒* $B(6;-1) \Rightarrow A\left(\frac{4}{5};25\right)$

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có đỉnh C(4; 3). Biết phương trình đường phân giác trong (AD): $x+2y-5=0$, đường trung tuyến (AM): $4x+13y-10=0$. Tìm toạ độ đỉnh B.

• *Ta có A = AD ∩ AM ⇒ A(9; –2). Gọi C′ là điểm đối xứng của C qua AD ⇒ C′ ∈ AB.*

Ta tìm được: C′(2; –1). Suy ra phương trình (AB): $\frac{x-9}{2-9}=\frac{y+2}{-1+2} \Leftrightarrow x+7y+5=0$.

Viết phương trình đường thẳng Cx // AB ⇒ (Cx): $x+7y-25=0$

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$, A(2;–3), B(3;–2). Tìm toạ độ điểm C, biết điểm C nằm trên đường thẳng (d): $3x-y-4=0$.

• *PTTS của d:* $\begin{cases}x=t\\y=-4+3t\end{cases}$. *Giả sử C(t; –4 + 3t) ∈ d.*

$$S=\frac{1}{2}AB.AC.\sin A=\frac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2-\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)^2}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{4t^2+4t+1}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-2\\t=1\end{array}\right.$$

⇒ *C(–2; –10) hoặc C(1;–1).*

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết A(2; –3), B(3; –2), có diện tích bằng $\frac{3}{2}$ và trọng tâm G thuộc đường thẳng $\Delta: 3x-y-8=0$. Tìm tọa độ đỉnh C.

• *Ta có:* $AB = \sqrt{2}$, *trung điểm* $M\left(\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right)$. *Phương trình AB:* $x-y-5=0$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.d(C,AB)=\frac{3}{2}\Rightarrow d(C,AB)=\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Gọi $G(t;3t-8)\in\Delta \Rightarrow d(G,AB)=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{|t-(3t-8)-5|}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$

• *Với* $t=1 \Rightarrow G(1;-5)\Rightarrow C(-2;-10)$ • *Với* $t=2 \Rightarrow G(2;-2)\Rightarrow C(1;-1)$

Câu hỏi tương tự:

a) *Với* $A(2;-1), B(1;-2)$, $S_{ABC}=\frac{27}{2}$, $G\in\Delta: x+y-2=0$. *ĐS:* $C(18;-12)$ *hoặc* $C(-9;15)$

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường thẳng $d: x+2y-3=0$ và hai điểm $A(-1;2)$, $B(2;1)$. Tìm toạ độ điểm C thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng 2.

• $AB=\sqrt{10}$, $C(-2a+3;a)\in d$. *Phương trình đường thẳng* $AB: x+3y-5=0$.

$S_{\Delta ABC}=2\Leftrightarrow\frac{1}{2}AB.d(C,AB)=2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sqrt{10}.\frac{|a-2|}{\sqrt{10}}=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=-2 \end{array}\right.$

• *Với* $a=6$ *ta có* $C(-9;6)$ • *Với* $a=-2$ *ta có* $C(7;-2)$.

Câu hỏi tương tự:

a) *Với* $d: x-2y-1=0$, $A(1;0), B(3;-1)$, $S_{ABC}=6$. *ĐS:* $C(7;3)$ *hoặc* $C(-5;-3)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có A(2; –3), B(3; –2), diện tích tam giác bằng 1,5 và trọng tâm I nằm trên đường thẳng *d*: $3x-y-8=0$. Tìm toạ độ điểm C.

• *Vẽ* $CH\perp AB, IK\perp AB$. $AB=\sqrt{2}\Rightarrow CH=\frac{2S_{\Delta ABC}}{AB}=\frac{3}{\sqrt{2}}\Rightarrow IK=\frac{1}{3}CH=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Giả sử $I(a;3a-8)\in d$. *Phương trình AB:* $x-y-5=0$.

$d(I,AB)=IK \Leftrightarrow |3-2a|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=1 \end{array}\right. \Rightarrow I(2;-2)$ *hoặc* $I(1;-5)$.

+ *Với* $I(2;-2)\Rightarrow C(1;-1)$ + *Với* $I(1;-5)\Rightarrow C(-2;-10)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có $A(1;0), B(0;2)$, diện tích tam giác bằng 2 và trung điểm I của AC nằm trên đường thẳng *d*: $y=x$. Tìm toạ độ điểm C.

• *Phương trình* $AB: 2x+y-2=0$. *Giả sử* $I(t;t)\in d \Rightarrow C(2t-1;2t)$.

Theo giả thiết: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.d(C,AB)=2 \Leftrightarrow |6t-4|=4 \Leftrightarrow t=0; t=\frac{4}{3}$.

+ *Với* $t=0 \Rightarrow C(-1;0)$ + *Với* $t=\frac{4}{3} \Rightarrow C\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có A(3; 5); B(4; –3), đường phân giác trong vẽ từ C là $d: x+2y-8=0$. Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

• *Gọi E là điểm đối xứng của A qua d* $\Rightarrow E \in BC$. *Tìm được* $E(1;1)$

$\Rightarrow$ *PT đường thẳng BC:* $4x+3y+1=0$. $C = d \cap BC \Rightarrow C(-2;5)$.

Phương trình đường tròn (ABC) có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0;\ a^2+b^2-c>0$

Ta có A, B, C $\in$ *(ABC)* $\Rightarrow \begin{cases} 4a-10b+c=-29 \\ -6a-10b+c=-34 \\ -8a+6b+c=-25 \end{cases} \Leftrightarrow \left\{ a=\frac{1}{2}; b=\frac{5}{8};\ c=\frac{-99}{4} \right.$

Vậy phương trình đường tròn là: $x^2+y^2-x-\frac{5}{4}y-\frac{99}{4}=0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có trung điểm cạnh AB là $M(-1;2)$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là $I(2;-1)$. Đường cao của tam giác kẻ từ A có phương trình $2x+y+1=0$. Tìm toạ độ đỉnh C.

• *PT đường thẳng AB qua M và nhận* $\overrightarrow{MI}=(3;-3)$ *làm VTPT:* $(AB): x-y+3=0$.

Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-y+3=0 \\ 2x+y+1=0 \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$.

$M(-1;2)$ *là trung điểm của AB nên* $B\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$.

Đường thẳng BC qua B và nhận $\vec{n}=(2;1)$ *làm VTCP nên có PT:* $\begin{cases} x=-\frac{2}{3}+2t \\ y=\frac{7}{3}+t \end{cases}$

Giả sử $C\left(-\frac{2}{3}+2t;\frac{7}{3}+t\right) \in (BC)$.

Ta có: $IB = IC \Leftrightarrow \left(2t-\frac{8}{3}\right)^2+\left(t+\frac{10}{3}\right)^2=\left(\frac{8}{3}\right)^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \ (\textit{loại vì } C \equiv B) \\ t=\frac{4}{5} \end{array}\right.$

Vậy: $C\left(\frac{14}{15};\frac{47}{15}\right)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC với $AB=\sqrt{5}$, đỉnh $C(-1;-1)$, đường thẳng AB có phương trình $x+2y-3=0$, trọng tâm của ΔABC thuộc đường thẳng $d: x+y-2=0$. Xác định toạ độ các đỉnh A, B của tam giác ABC.

• *Gọi* $I(a;b)$ *là trung điểm của AB, G là trọng tâm ΔABC* $\Rightarrow \overrightarrow{CG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CI} \Rightarrow \begin{cases} x_G=\frac{2a-1}{3} \\ y_G=\frac{2b-1}{3} \end{cases}$

Do $G \in d$ *nên* $\frac{2a-1}{3}+\frac{2b-1}{3}-2=0 \Rightarrow$ *Toạ độ điểm I là nghiệm của hệ:*

$$\begin{cases} a+2b-3=0 \\ \frac{2a-1}{3}+\frac{2b-1}{3}-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow I(5;-1).$$

Ta có $\begin{cases} A,B \in (AB) \\ IA=IB=\frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow$ *Toạ độ các điểm A, B là các nghiệm của hệ:* $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ (x-5)^2+(y+1)^2=\frac{5}{4} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4;\ y=-\dfrac{1}{2} \\ x=6;\ y=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow A\left(4;-\dfrac{1}{2}\right), B\left(6;-\dfrac{3}{2}\right)$ *hoặc* $A\left(6;-\dfrac{3}{2}\right), B\left(4;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho điểm $G(2;1)$ và hai đường thẳng $d_1: x+2y-7=0$, $d_2: 5x+y-8=0$. Tìm toạ độ điểm $B\in d_1, C\in d_2$ sao cho tam giác ABC nhận điểm G làm trọng tâm, biết A là giao điểm của d_1, d_2.

• *Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ:* $\begin{cases} x+2y-7=0 \\ 5x+y-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow A(1;3)$.

Giả sử $B(7-2b;b)\in d_1;\ C(c;8-5c)\in d_2$.

Vì G là trọng tâm của ΔABC nên: $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b-c=2 \\ b-5c=-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=2 \end{cases}$.

Vậy: $B(3;2), C(2;-2)$.

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC có $A(2;1)$. Đường cao BH có phương trình $x-3y-7=0$. Đường trung tuyến CM có phương trình $x+y+1=0$. Xác định toạ độ các đỉnh B, C. Tính diện tích tam giác ABC.

• *AC qua A và vuông góc với đường cao BH* $\Rightarrow (AC): x-3y-7=0$.

Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-3y-7=0 \\ x+y+1=0 \end{cases} \Rightarrow C(4;-5)$.

Trung điểm M của AB có: $x_M=\dfrac{2+x_B}{2};\ y_M=\dfrac{1+y_B}{2}$. $M\in(CM) \Rightarrow \dfrac{2+x_B}{2}+\dfrac{1+y_B}{2}+1=0$.

Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-3y-7=0 \\ \dfrac{2+x_B}{2}+\dfrac{1+y_B}{2}+1=0 \end{cases} \Rightarrow B(-2;-3)$.

Toạ độ điểm H là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-3y-7=0 \\ 3x+y-7=0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{14}{5};-\dfrac{7}{5}\right)$.

$BH=\dfrac{8\sqrt{10}}{5};\ AC=2\sqrt{10} \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC.BH=\dfrac{1}{2}.2\sqrt{10}.\dfrac{8\sqrt{10}}{5}=16$ *(đvdt).*

Câu 14. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC có $A(4;-2)$, phương trình đường cao kẻ từ C và đường trung trực của BC lần lượt là: $x-y+2=0$, $3x+4y-2=0$. Tìm toạ độ các đỉnh B và C.

• *Đường thẳng AB qua A và vuông góc với đường cao CH* $\Rightarrow (AB): x-y+2=0$.

Gọi $B(b;2-b)\in(AB)$, $C(c;c+2)\in(CH)$ $\Rightarrow$ *Trung điểm M của BC:* $M\left(\dfrac{b+c}{2};\dfrac{4-b+c}{2}\right)$.

Vì M thuộc trung trực của BC nên: $3(b+c)+4(4-b+c)-4=0 \Leftrightarrow -b+7c+12=0$ *(1)*

$\overrightarrow{BC}=(c-b;c+b)$ *là 1 VTPT của trung trực BC nên* $4(c-b)=3(c+b) \Leftrightarrow c=7b$ *(2)*

Từ (1) và (2) $\Rightarrow c=-\dfrac{7}{4}, b=-\dfrac{1}{4}$. *Vậy* $B\left(-\dfrac{1}{4};\dfrac{9}{4}\right), C\left(-\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC cân tại $A(-1;4)$ và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng $\Delta: x-y-4=0$. Xác định toạ độ các điểm B, C, biết diện tích tam giác ABC bằng 18.
• *Gọi H là trung điểm của BC* $\Rightarrow$ *H là hình chiếu của A trên* $\Delta \Rightarrow H\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow AH=\frac{9}{\sqrt{2}}$ *Theo giả thiết:* $S_{\Delta ABC}=18 \Rightarrow \frac{1}{2}BC.AH=18 \Rightarrow BC=4\sqrt{2} \Rightarrow HB=HC=2\sqrt{2}$. *Toạ độ các điểm B, C là các nghiệm của hệ:* $\begin{cases} x-y-4=0 \\ \left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=8 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{11}{2};\ y=\frac{3}{2} \\ x=\frac{3}{2};\ y=-\frac{5}{2} \end{array}\right.$ *Vậy* $B\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right), C\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$ *hoặc* $B\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right),\ C\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right)$.
Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ *Oxy,* cho hai đường thẳng d_1: $x+y+5=0$, d_2: $x+2y-7=0$ và tam giác *ABC* có *A*(2; 3), trọng tâm là điểm *G*(2; 0), điểm *B* thuộc d_1 và điểm *C* thuộc d_2. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.
• *Do* $B \in d_1$ *nên* $B(m; -m-5)$, $C \in d_2$ *nên* $C(7-2n; n)$ *Do G là trọng tâm ΔABC nên* $\begin{cases} 2+m+7-2n=3.2 \\ 3-m-5+n=3.0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow B(-1;-4), C(5;1)$ $\Rightarrow$ *PT đường tròn ngoại tiếp ΔABC:* $x^2+y^2-\frac{83}{27}x+\frac{17}{9}y-\frac{338}{27}=0$
Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có $A(4;6)$, phương trình các đường thẳng chứa đường cao và trung tuyến kẻ từ đỉnh *C* lần lượt là $d_1: 2x-y+13=0$ và $d_2: 6x-13y+29=0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.
• *Đường cao CH :* $2x-y+13=0$, *trung tuyến CM :* $6x-13y+29=0 \Rightarrow C(-7;-1)$ *PT đường thẳng AB:* $x+2y-16=0$. $M=CM\cap AB \Rightarrow M(6;5) \Rightarrow B(8;4)$. *Giả sử phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp* $\Delta ABC: x^2+y^2+mx+ny+p=0$. *Vì A, B, C ∈ (C) nên* $\begin{cases} 52+4m+6n+p=0 \\ 80+8m+4n+p=0 \\ 50-7m-n+p=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-4 \\ n=6 \\ p=-72 \end{cases}$. *Suy ra PT đường tròn:* $x^2+y^2-4x+6y-72=0$.
Câu 18. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC, có điểm A(2; 3), trọng tâm G(2; 0). Hai đỉnh B và C lần lượt nằm trên hai đường thẳng $d_1: x+y+5=0$ và $d_2: x+2y-7=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm C và tiếp xúc với đường thẳng BG.
• *Giả sử* $B(-5-b;b)\in d_1$; $C(7-2c;c)\in d_2$. *Vì G là trọng tâm ΔABC nên ta có hệ:* $\begin{cases} x_B+x_C+2=6 \\ y_B+y_C+3=0 \end{cases} \Rightarrow B(-1;-4)$, $C(5;1)$. *Phương trình BG:* $4x-3y-8=0$. *Bán kính* $R=d(C,BG)=\frac{9}{5}$ $\Rightarrow$ *Phương trình đường tròn:* $(x-5)^2+(y-1)^2=\frac{81}{25}$

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có $A(-3;6)$, trực tâm $H(2;1)$, trọng tâm $G\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3}\right)$. Xác định toạ độ các đỉnh B và C.

• *Gọi I là trung điểm của BC. Ta có* $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}\Rightarrow I\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$

Đường thẳng BC qua I vuông góc với AH có phương trình: $x-y-3=0$

Vì I là trung điểm của BC nên giả sử $B(x_B;y_B)$ *thì* $C(7-x_B;1-y_B)$ *và* $x_B-y_B-3=0$.

H là trực tâm của tam giác ABC nên $CH\perp AB$*;* $\overrightarrow{CH}=(-5+x_B;y_B),\overrightarrow{AB}=(x_B+3;y_B-6)$

$$\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-y_B=3\\(x_B-5)(x_B+3)+(y_B-6)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=1\\y_B=-2\end{cases}\vee\begin{cases}x_B=6\\y_B=3\end{cases}$$

Vậy $B(1;-2),C(6;3)$ *hoặc* $B(6;3),C(1;-2)$

Câu 20. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC với A(1; –2), đường cao $CH: x-y+1=0$, phân giác trong $BN: 2x+y+5=0$. Tìm toạ độ các đỉnh B, C và tính diện tích tam giác ABC.

• *Do* $AB\perp CH$ *nên phương trình AB:* $x+y+1=0$.

+ B = $AB\cap BN$ $\Rightarrow$ *Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ:* $\begin{cases}2x+y+5=0\\x+y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-4\\y=3\end{cases}\Rightarrow B(-4;3)$.

+ *Lấy A' đối xứng với A qua BN thì* $A'\in BC$.

Phương trình đường thẳng (d) qua A và vuông góc với BN là (d): $x-2y-5=0$.

Gọi $I=(d)\cap BN$. *Giải hệ:* $\begin{cases}2x+y+5=0\\x-2y-5=0\end{cases}$. *Suy ra: I(–1; 3)* $\Rightarrow A'(-3;-4)$

+ *Phương trình BC:* $7x+y+25=0$. *Giải hệ:* $\begin{cases}BC: 7x+y+25=0\\CH: x-y+1=0\end{cases}\Rightarrow C\left(-\frac{13}{4};-\frac{9}{4}\right)$.

+ $BC=\sqrt{\left(-4+\frac{13}{4}\right)^2+\left(3+\frac{9}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{450}}{4}$, $d(A;BC)=\frac{|7.1+1(-2)+25|}{\sqrt{7^2+1^2}}=3\sqrt{2}$.

Suy ra: $S_{ABC}=\frac{1}{2}d(A;BC).BC=\frac{1}{2}.3\sqrt{2}.\frac{\sqrt{450}}{4}=\frac{45}{4}$.

Câu 21. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho ΔABC, với đỉnh A(1; –3) phương trình đường phân giác trong BD: $x+y-2=0$ và phương trình đường trung tuyến CE: $x+8y-7=0$. Tìm toạ độ các đỉnh B, C.

• *Gọi E là trung điểm của AB. Giả sử* $B(b;2-b)\in BD\Rightarrow E\left(\frac{b+1}{2};-\frac{1+b}{2}\right)\in CE\Rightarrow b=-3$

$\Rightarrow B(-3;5)$. *Gọi A' là điểm đối xứng của A qua BD* $\Rightarrow$ *A'* $\in$ *BC. Tìm được A'(5; 1)*

$\Rightarrow$ *Phương trình BC:* $x+2y-7=0$*;* $C=CE\cap BC:\begin{cases}x+8y-7=0\\x+2y-7=0\end{cases}\Rightarrow C(7;0)$.

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có đỉnh *A*(3; –4). Phương trình đường trung trực cạnh *BC*, đường trung tuyến xuất phát từ *C* lần lượt là $d_1: x+y-1=0$ và $d_2: 3x-y-9=0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C của tam giác *ABC*.

• Gọi $C(c;3c-9)\in d_2$ *và M là trung điểm của BC* $\Rightarrow M(m;1-m)\in d_1$.

$\Rightarrow B(2m-c;11-2m-3c)$. *Gọi I là trung điểm của AB, ta có* $I\left(\frac{2m-c+3}{2};\frac{7-2m-3c}{2}\right)$.

Vì $I\in(d_2)$ *nên* $3.\frac{2m-c+3}{2}-\frac{7-2m-3c}{2}-9=0 \Leftrightarrow m=2 \Rightarrow M(2;-1)$

$\Rightarrow$ *Phương trình BC:* $x-y-3=0$. $C=BC\cap d_2 \Rightarrow C(3;0)\Rightarrow B(1;-2)$.

Câu 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh *A*(6; 6), đường thẳng *d* đi qua trung điểm của các cạnh *AB* và *AC* có phương trình $x + y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh *B* và *C*, biết điểm E(1; –3) nằm trên đường cao đi qua đỉnh *C* của tam giác đã cho.

• Gọi H là chân đường cao xuất phát từ A $\Rightarrow$ *H đối xứng với A qua d* $\Rightarrow H(-2;-2)$

$\Rightarrow$ *PT đường thẳng BC:* $x+y+4=0$. *Giả sử* $B(m;-4-m)\in BC \Rightarrow C(-4-m;m)$

$\Rightarrow \overrightarrow{CE}=(5+m;-3-m),\ \overrightarrow{AB}=(m-6;-10-m)$.

Vì $CE\perp AB$ *nên* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CE}=0 \Leftrightarrow (m-6)(m+5)+(m+3)(m+10)=0 \Leftrightarrow m=0;\ m=-6$.

Vậy: $B(0;-4),\ C(-4;0)$ *hoặc* $B(-6;2),\ C(2;-6)$.

Câu 24. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;4)$. Đường thẳng Δ qua trung điểm của cạnh AB và AC có phương trình $4x-6y+9=0$; trung điểm của cạnh BC nằm trên đường thẳng *d* có phương trình: $2x-2y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C, biết rằng tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{7}{2}$ và đỉnh C có hoành độ lớn hơn 1.

• Gọi A' là điểm đối xứng của A qua Δ, ta tính được $A'\left(\frac{40}{13};\frac{31}{13}\right) \Rightarrow BC: 2x-3y+1=0$

Ta gọi M là trung điểm của BC, thì M là giao của đường thẳng d và BC nên $M\left(\frac{5}{2};2\right)$.

Giả sử $C\left(\frac{3t-1}{2};t\right)\in(BC)$. *Ta có* $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}d(A;BC).BC \Leftrightarrow \frac{7}{2}=\frac{1}{2}\frac{7}{\sqrt{13}}.BC \Leftrightarrow BC=\sqrt{13}$

$\Leftrightarrow CM=\frac{\sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{3t-6}{2}\right)^2+(t-2)^2}=\frac{\sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C(4;3) \\ C(1;1)\ (loại) \end{array}\right. \Rightarrow B(1;1)$.

Vậy: $B(1;1)$, $C(4;3)$.

Câu 25. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho ΔABC có tọa độ đỉnh *B*(3; 5), phương trình đường cao hạ từ đỉnh A và đường trung tuyến hạ từ đỉnh *C* lần lượt là $d_1: 2x - 5y + 3 = 0$ và $d_2: x + y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh *A* và *C* của tam giác *ABC*.

• Gọi M là trung điểm AB thì $M\in d_2$ *nên* $M(a;5-a)$. *Đỉnh* $A\in d_1$ *nên* $A\left(\frac{5b-3}{2};b\right)$.

M là trung điểm AB: $\begin{cases} x_A+x_B=2x_M \\ y_A+y_B=2y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-5b=3 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow A(1;\ 1)$.

Phương trình BC: $5x+2y-25=0$; $C=d_2\cap BC \Rightarrow C(5;\ 0)$.

Câu 26. Trong mặt phẳng toạ độ với hệ toạ độ *Oxy*, cho *ΔABC* với $AB=\sqrt{5}$, đỉnh $C(-1;-1)$, phương trình cạnh $AB: x+2y-3=0$ và trọng tâm *G* của *ΔABC* thuộc đường thẳng

$d: x+y-2=0$. Xác định tọa độ các đỉnh A, B của tam giác.

• *Gọi* $I(x;y)$ *là trung điểm* AB, $G(x_G;y_G)$ *là trọng tâm của* ΔABC

$$\Rightarrow \overrightarrow{CG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{2x-1}{3} \\ y_G=\dfrac{2y-1}{3} \end{cases}$$

$G \in d: x+y-2=0$ *nên có:* $x_G+y_G-2=0 \Leftrightarrow \dfrac{2x-1}{3}+\dfrac{2y-1}{3}-2=0$

Tọa độ điểm I *thỏa mãn hệ:* $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ \dfrac{2x-1}{3}+\dfrac{2y-1}{3}-2=0 \end{cases} \Rightarrow I(5;-1)$

Gọi $A(x_A;y_A) \Rightarrow IA^2=(x_A-5)^2+(y_A+1)^2=\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2=\dfrac{5}{4}$.

Hơn nữa $A \in AB: x+2y-3=0$ *suy ra tọa độ điểm* A *là nghiệm của hệ:*

$$\begin{cases} x_A+2y_A-3=0 \\ \left(x_A-5\right)^2+\left(y_A+1\right)^2=\dfrac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A=4 \\ y_A=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x_A=6 \\ y_A=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy: $A\left(4,-\dfrac{1}{2}\right), B\left(6;-\dfrac{3}{2}\right)$ *hoặc* $B\left(4,-\dfrac{1}{2}\right), A\left(6;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 27. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, tìm toạ độ các đỉnh của một tam giác vuông cân, biết đỉnh $C(3;-1)$ và phương trình của cạnh huyền là $d: 3x-y+2=0$.

• *Toạ độ điểm C không thoả mãn phương trình cạnh huyền nên* ΔABC *vuông cân tại C. Gọi I là trung điểm của* AB. *Phương trình đường thẳng CI:* $x+3y=0$.

$I=CI \cap AB \Rightarrow I\left(-\dfrac{3}{5};\dfrac{1}{5}\right) \Rightarrow AI=BI=CI=\sqrt{\dfrac{72}{5}}$

Ta có: $\begin{cases} A,B \in d \\ AI=BI=\sqrt{\dfrac{72}{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y+2=0 \\ \left(x+\dfrac{3}{5}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{5}\right)^2=\dfrac{72}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{5};\ y=\dfrac{19}{5} \\ x=-\dfrac{9}{5};\ y=-\dfrac{17}{5} \end{array}\right.$

Vậy toạ độ 2 đỉnh cần tìm là: $\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{19}{5}\right), \left(-\dfrac{9}{5};-\dfrac{17}{5}\right)$.

Câu 28. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho điểm C(2; –5) và đường thẳng Δ có phương trình: $3x-4y+4=0$. Tìm trên Δ hai điểm A và B đối xứng nhau qua $I\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 15.

• *Gọi* $A\left(a;\dfrac{3a+4}{4}\right) \in \Delta \Rightarrow B\left(4-a;\dfrac{16-3a}{4}\right) \Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.d(C,\Delta)=3AB \Rightarrow AB=5$.

$AB=5 \Leftrightarrow (4-2a)^2+\left(\dfrac{6-3a}{2}\right)^2=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=4 \\ a=0 \end{array}\right.$. *Vậy hai điểm cần tìm là A(0; 1) và B(4; 4).*

Câu 29. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ O*xy* cho tam giác *ABC* với $B(1;-2)$ đường cao $AH: x-y+3=0$. Tìm tọa độ các đỉnh *A, C* của tam giác *ABC* biết C thuộc đường thẳng

$d: 2x + y - 1 = 0$ và diện tích tam giác ABC bằng 1.

• *Phương trình* $BC: x + y + 1 = 0$. $C = BC \cap d \Rightarrow C(2;-3)$.

Gọi $A(x_0; y_0) \in AH \Rightarrow x_0 - y_0 + 3 = 0$ *(1);* $BC = \sqrt{2}$, $AH = d(A, BC) = \dfrac{|x_0 + y_0 + 1|}{\sqrt{2}}$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.\frac{|x_0 + y_0 + 1|}{\sqrt{2}}.\sqrt{2} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x_0 + y_0 + 1 = 2 & (2) \\ x_0 + y_0 + 1 = -2 & (3) \end{array}\right.$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 2 \end{cases} \Rightarrow A(-1;2)$. *Từ (1) và (3)* $\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-3;0)$

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ O*xy* cho tam giác ABC vuông tại $A(2;1)$, điểm B nằm trên trục hoành, điểm C nằm trên trục tung sao cho các điểm B, C có toạ độ không âm. Tìm toạ độ các điểm B, C sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

• *Giả sử* $B(b;0), C(0;c), (b, c \geq 0)$.

ΔABC vuông tại A $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow c = -2b + 5 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq b \leq \dfrac{5}{2}$.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}\sqrt{(b-2)^2 + 1}.\sqrt{2^2 + (c-1)^2} = (b-2)^2 + 1 = b^2 - 4b + 5$$

Do $0 \leq b \leq \dfrac{5}{2}$ *nên* $S_{\Delta ABC}$ *đạt GTLN* $\Leftrightarrow b = 0 \Rightarrow B(0;0), C(0;5)$.

Câu 31. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-1;-3)$, trọng tâm $G(4;-2)$, trung trực của AB là $d: 3x + 2y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

• *Gọi M là trung điểm của BC* $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Rightarrow M\left(\dfrac{13}{2}; -\dfrac{3}{2}\right)$.

$AB \perp d \Rightarrow AB$ *nhận* $\vec{u}_d = (2;-3)$ *làm VTPT* $\Rightarrow$ *Phương trình* $AB: 2x - 3y - 7 = 0$.

Gọi N là trung điểm của AB $\Rightarrow N = AB \cap d \Rightarrow N(2;-1) \Rightarrow B(5;1) \Rightarrow C(8;-4)$.

PT đường tròn (C) ngoại tiếp ΔABC có dạng: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ *(*$a^2 + b^2 - c > 0$*).*

Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} 2a + 6b - c = 10 \\ 10a + 2b + c = -26 \\ 16a - 8b + c = -80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{74}{21} \\ b = -\dfrac{23}{7} \\ c = \dfrac{8}{3} \end{cases}$. *Vậy:* $(C): x^2 + y^2 - \dfrac{148}{21}x + \dfrac{46}{7}y + \dfrac{8}{3} = 0$

Câu 32. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC có trọng tâm G(–2, 0) và phương trình các cạnh AB, AC theo thứ tự là: $4x + y + 14 = 0$; $2x + 5y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

• *A(–4, 2), B(–3, –2), C(1, 0)*

Câu 33. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC có trực tâm $H(-1;6)$, các điểm $M(2;2) N(1;1)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BC. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

• *Đường thẳng CH qua H và vuông góc với MN* $\Rightarrow CH: x + y + 5 = 0$.

Giả sử $C(a; 5-a) \in CH \Rightarrow \overrightarrow{CN} = (1-a; a-4)$

Vì M là trung điểm của AC nên $A(4-a;a-1) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(a-5;7-a)$

Vì N là trung điểm của BC nên $B(2-a;a-3)$

Vì H là trực tâm ΔABC nên: $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{CN}=0 \Leftrightarrow (a-5)(1-a)+(7-a)(a-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3 \\ a=\frac{11}{2} \end{array}\right.$.

+ *Với* $a=3 \Rightarrow C(3;2), A(1;2), B(-1;0)$

+ *Với* $a=\frac{11}{2} \Rightarrow C\left(\frac{11}{2};-\frac{1}{2}\right), A\left(-\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right), B\left(-\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right)$

Câu 34. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có phân giác trong AD và đường cao CH lần lượt có phương trình $x+y-2=0$, $x-2y+5=0$. Điểm $M(3;0)$ thuộc đoạn AC thoả mãn $AB=2AM$. Xác định toạ độ các đỉnh A, B, C của tam giác ABC.

• *Gọi E là điểm đối xứng của M qua AD* $\Rightarrow E(2;-1)$.

Đường thẳng AB qua E và vuông góc với CH $\Rightarrow (AB): 2x+y-3=0$.

Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x+y-3=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;1) \Rightarrow PT\ (AM): x+2y-3=0$

Do $AB=2AM$ *nên E là trung điểm của AB* $\Rightarrow B(3;-3)$.

Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ x-2y+5=0 \end{cases} \Rightarrow C(-1;2)$

Vậy: $A(1;1)$, $B(3;-3)$, $C(-1;2)$.

Câu hỏi tương tự:

a) $(AD): x-y=0$, $(CH): 2x+y+3=0$, $M(0;-1)$. *ĐS:* $A(1;1); B(-3;-1); C\left(-\frac{1}{2};-2\right)$

Câu 35. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Đường cao kẻ từ B có phương trình $x-y+4=0$, điểm $M(-1;0)$ thuộc đường cao kẻ từ C. Xác định toạ độ các đỉnh của tam giác ABC.

• *Toạ độ đỉnh B là nghiệm của hệ:* $\begin{cases} x+2y-2=0 \\ x-y+4=0 \end{cases} \Rightarrow B(-2;2)$.

Gọi d là đường thẳng qua M và song song với BC $\Rightarrow d: x+2y+1=0$.

Gọi N là giao điểm của d với đường cao kẻ từ B $\Rightarrow$ *Toạ độ của N là nghiệm của hệ:*

$\begin{cases} x-y+4=0 \\ x+2y+1=0 \end{cases} \Rightarrow N(-3;1)$.

Gọi I là trung điểm của MN $\Rightarrow I\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. *Gọi E là trung điểm của BC* $\Rightarrow$ *IE là đường trung trực của BC* $\Rightarrow IE: 4x-2y+9=0$.

Toạ độ điểm E là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+2y-2=0 \\ 4x-2y+9=0 \end{cases} \Rightarrow E\left(-\frac{7}{5};\frac{17}{10}\right) \Rightarrow C\left(-\frac{4}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Đường thẳng CA qua C và vuông góc với BN $\Rightarrow CA: x+y-\frac{3}{5}=0$.

Toạ độ đỉnh A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 4x-2y+9=0 \\ x+y-\frac{3}{5}=0 \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{13}{10};\frac{19}{10}\right)$.

Vậy: $A\left(-\frac{13}{10};\frac{19}{10}\right)$, $B(-2;2)$, $C\left(-\frac{4}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Câu 36. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có đỉnh A thuộc đường thẳng *d*: $x-4y-2=0$, cạnh BC song song với *d*, phương trình đường cao BH: $x+y+3=0$ và trung điểm của cạnh AC là M(1; 1). Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

• *Ta có AC vuông góc với BH và đi qua M(1; 1) nên có phương trình:* $y = x$.

Toạ độ đỉnh A là nghiệm của hệ : $\begin{cases} x-4y-2=0 \\ y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{2}{3} \\ y=-\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$

Vì M là trung điểm của AC nên $C\left(\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$

Vì BC đi qua C và song song với d nên BC có phương trình: $y=\frac{x}{4}+2$

$BH \cap BC = B: \begin{cases} x+y+3=0 \\ y=\frac{x}{4}+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow B(-4;1)$

Câu 37. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy,* cho tam giác *ABC* có đường cao $BH: 3x+4y+10=0$, đường phân giác trong góc *A* là *AD* có phương trình là $x-y+1=0$, điểm *M*(0; 2) thuộc đường thẳng *AB* đồng thời cách *C* một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác *ABC*.

• *Gọi N đối xứng với M qua AD. Ta có* $N \in AC$ *và N (1;1)* $\Rightarrow$ *PT cạnh* $AC: 4x-3y-1=0$

$A = AC \cap AD \Rightarrow A(4;5)$. *AB đi qua M, A* $\Rightarrow$ *PT cạnh* $AB: 3x-4y+8=0 \Rightarrow B\left(-3;-\frac{1}{4}\right)$

Gọi $C(a;b) \in AC \Rightarrow 4a-3b-1=0$, *ta có* $MC=\sqrt{2} \Rightarrow C(1;1)$ *hoặc* $C\left(\frac{31}{25};\frac{33}{25}\right)$.

Kiểm tra điều kiện B, C khác phía với AD, ta có cả hai điểm trên đều thỏa mãn.

Câu 38. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có điểm M(–1; 1) là trung điểm của cạnh BC, hai cạnh AB, AC lần lượt nằm trên hai đường thẳng d_1: $x+y-2=0$ và d_2: $2x+6y+3=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

• *Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ:* $\begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x+6y+3=0 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{15}{4};-\frac{7}{4}\right)$.

Giả sử: $B(b;2-b) \in d_1$, $C\left(c;\frac{-3-2c}{6}\right) \in d_2$. *M(–1; 1) là trung điểm của BC*

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b+c}{2}=-1 \\ \frac{2-b+\frac{-3-2c}{6}}{2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{1}{4} \\ c=-\frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right),\ C\left(-\frac{9}{4};\frac{1}{4}\right).$$

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, cho ΔABC cân có đáy là BC. Đỉnh A có tọa độ là các số dương, hai điểm B và C nằm trên trục Ox, phương trình cạnh $AB: y=3\sqrt{7}(x-1)$. Biết chu

vi của ΔABC bằng 18, tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

• $B = AB \cap Ox \Rightarrow B(1;0)$, $A \in AB \Rightarrow A\left(a;3\sqrt{7}(a-1)\right) \Rightarrow a > 1$ (do $x_A > 0, y_A > 0$).

Gọi AH là đường cao $\Delta ABC \Rightarrow H(a;0) \Rightarrow C(2a-1;0) \Rightarrow BC = 2(a-1), AB = AC = 8(a-1)$.

Chu vi $\Delta ABC = 18 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow C(3;0), A\left(2;3\sqrt{7}\right)$.

Câu 40. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, cho tam giác ABC biết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh AB, BC lần lượt là $4x + 3y - 4 = 0$; $x - y - 1 = 0$. Phân giác trong của góc A nằm trên đường thẳng $x + 2y - 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

• *Tọa độ của A nghiệm đúng hệ phương trình:* $\begin{cases} 4x+3y-4=0 \\ x+2y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow A(-2;4)$

Tọa độ của B nghiệm đúng hệ phương trình $\begin{cases} 4x+3y-4=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow B\left(1;0\right)$

Phương trình AC qua điểm A(–2;4) có dạng: $a(x+2)+b(y-4)=0 \Leftrightarrow ax+by+2a-4b=0$

Gọi $\Delta_1 : 4x+3y-4=0; \Delta_2 : x+2y-6=0; \Delta_3 : ax+by+2a-4b=0$

Từ giả thiết suy ra $\left(\Delta_2;\Delta_3\right) = \left(\Delta_1;\Delta_2\right)$.

Do đó $\cos(\Delta_2;\Delta_3) = \cos(\Delta_1;\Delta_2) \Leftrightarrow \dfrac{|1.a+2.b|}{\sqrt{5}.\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{|4.1+2.3|}{\sqrt{25}.\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow |a+2b| = 2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a(3a-4b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ 3a-4b=0 \end{array}\right.$

• *a = 0* $\Rightarrow b \neq 0$. *Do đó* $\Delta_3 : y-4=0$

• *3a – 4b = 0: Chọn a = 4 thì b = 3. Suy ra* $\Delta_3 : 4x+3y-4=0$ *(trùng với* Δ_1*).*

Do vậy, phương trình của đường thẳng AC là y – 4 = 0.

Tọa độ của C nghiệm đúng hệ phương trình: $\begin{cases} y-4=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow C(5;4)$

Câu 41. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* biết *A*(5; 2). Phương trình đường trung trực cạnh *BC*, đường trung tuyến *CC*’ lần lượt là *x* + *y* – 6 = 0 và 2*x* – *y* + 3 = 0. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác *ABC*.

• *Gọi* $C(c;\ 2c+3)$ *và* $I(m;6-m)$ *là trung điểm của BC. Suy ra:* $B(2m-c;\ 9-2m-2c)$.

Vì C’ là trung điểm của AB nên: $C'\left(\dfrac{2m-c+5}{2};\dfrac{11-2m-2c}{2}\right) \in CC'$

nên $2\left(\dfrac{2m-c+5}{2}\right) - \dfrac{11-2m-2c}{2} + 3 = 0 \Rightarrow m = -\dfrac{5}{6} \Rightarrow I\left(-\dfrac{5}{6};\dfrac{41}{6}\right)$.

Phương trình BC: $3x-3y+23=0 \Rightarrow C\left(\dfrac{14}{3};\dfrac{37}{3}\right) \Rightarrow B\left(-\dfrac{19}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, biết toạ độ trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* lần lượt là *H*(2;2), *I*(1;2) và trung điểm $M\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{5}{2}\right)$ của cạnh *BC*. Hãy tìm toạ độ các đỉnh *A*, *B*, *C* biết $x_B > x_C$ (x_B, x_C lần lượt hoành độ điểm *B* và *C*).

• *Gọi G là trọng tâm* ΔABC *ta có :* $\overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GI} \Rightarrow G\left(\dfrac{4}{3};2\right)$

Mặt khác vì $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}$ *nên* $A(-1;1)$. *Phương trình BC:* $3x + y - 10 = 0$. *Đường tròn (C) ngoại tiếp Δ có tâm I(1; 2) và bán kính* $R = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$. *Do đó (C) :* $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$.

Khi đó toạ độ B ;C là nghiệm hệ : $\begin{cases}(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \\ 3x + y - 10 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 2 \\ y = 4\end{cases} \vee \begin{cases}x = 3 \\ y = 1\end{cases}$

Vì $x_B > x_C$ *nên B(3;1) ; C(2;4). Vậy : A(–1; 1); B(3; 1) ; C(2; 4).*

Câu 43. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại C có diện tích bằng 10, phương trình cạnh AB là $x - 2y = 0$, điểm I(4; 2) là trung điểm của AB, điểm $M\left(4;\frac{9}{2}\right)$ thuộc cạnh BC. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết tung độ điểm B lớn hơn hoặc bằng 3.

• *Giả sử* $B(2y_B; y_B) \in AB \Rightarrow A(8 - 2y_B; 4 - y_B)$. *Phương trình CI:* $2x + y - 10 = 0$.

Gọi $C(x_C; 10 - 2x_C) \Rightarrow |\overrightarrow{CI}| = \sqrt{5}|4 - x_C|$; $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{20}|y_B - 2|$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}CI.AB = 10 \Leftrightarrow |4y_B + 2x_C - x_Cy_B - 8| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x_Cy_B - 4y_B - 2x_C = -6 & (1) \\ x_Cy_B - 4y_B - 2x_C = -10 & (2)\end{array}\right.$$

Vì $M \in BC \Rightarrow \overrightarrow{CM} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases}4 - x_C = k(2y_B - 4) \\ -\frac{11}{2} + 2x_C = k\left(y_B - \frac{9}{2}\right)\end{cases} \Rightarrow 2x_Cy_B - 6y_B - 5x_C + 16 = 0$ *(3)*

• *Từ (1) và (3):* $\begin{cases}x_Cy_B - 4y_B - 2x_C = -6 \\ 2x_Cy_B - 6y_B - 5x_C + 16 = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y_B = -1 - \sqrt{2} \\ y_B = -1 + \sqrt{2}\end{cases}$ *(loại, vì* $y_B \ge 3$*)*

• *Từ (2) và (3):* $\begin{cases}x_Cy_B - 4y_B - 2x_C = -10 \\ 2x_Cy_B - 6y_B - 5x_C + 16 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y_B = 3 \\ x_C = 2\end{cases}$ *(thoả)*

Vậy A(2; 1), B(6; 3), C(2; 6).

Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, các đỉnh A, B thuộc đường thẳng *d*: *y* = 2, phương trình cạnh BC: $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C biết bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $\sqrt{3}$.

• $B = d \cap BC \Rightarrow$ *B(0; 2). Giả sử* $A(a;2) \in d, (a \ne 2)$, $C(c; 2 + c\sqrt{3}) \in BC, (c \ne 0)$.

$\overrightarrow{AB} = (-a;0), \overrightarrow{AC} = (c - a; c\sqrt{3}), \overrightarrow{BC} = (c; c\sqrt{3}) \Rightarrow AB = |a|, AC = \sqrt{(c-a)^2 + 3c^2}, BC = 2|c|$

ΔABC vuông ở A và $r = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \\ S = pr\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \\ \frac{1}{2}AB.AC = \frac{AB + BC + AC}{2}.\sqrt{3}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}-a(c-a) = 0 \\ |a|\sqrt{(c-a)^2 + 3c^2} = \left(|a| + 2|c| + \sqrt{(c-a)^2 + 3c^2}\right)\sqrt{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}c = a \ne 0 \\ |a| = 3 + \sqrt{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ll}c = a = 3 + \sqrt{3} & \Rightarrow A(3+\sqrt{3};2), C(3+\sqrt{3}; 5+3\sqrt{3}) \\ c = a = -3 - \sqrt{3} & \Rightarrow A(-3-\sqrt{3};2), C(-3-\sqrt{3}; -1-3\sqrt{3})\end{array}\right.$$

Câu 45. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, tìm toạ độ các đỉnh của tam giác vuông cân ABC, có phương trình hai cạnh $AB: x - 2y + 1 = 0$, $AC: 2x + y - 3 = 0$ và cạnh BC chứa điểm $I\left(\frac{8}{3};1\right)$.

• *Ta có:* $AB \perp AC \Rightarrow \Delta ABC$ *vuông cân tại A* $\Rightarrow A(1;1)$.

Gọi M(x ; y) thuộc tia phân giác At của góc $\widehat{BAC}$. *Khi đó M cách đều hai đường thẳng AB, AC. Hơn nữa M và I cùng phía đối với đường thẳng AB và cùng phía đối với đường thẳng AC, tức là:*

$$\begin{cases} \dfrac{|x-2y+1|}{\sqrt{5}} = \dfrac{|2x+y-3|}{\sqrt{5}} \\ (x-2y+1)\left(\dfrac{8}{3}-2+1\right) > 0 \\ (2x+y-3)\left(\dfrac{16}{3}+1-3\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow x+3y-4=0$$

$At \perp BC \Rightarrow \vec{n}_{BC} = (3;-1) \Rightarrow BC: 3x-y-7=0$; $B = AB \cap BC: \begin{cases} x-2y+1=0 \\ 3x-y-7=0 \end{cases} \Rightarrow B(3;2)$;

$C = AC \cap BC: \begin{cases} 2x+y-3=0 \\ 3x-y-7=0 \end{cases} \Rightarrow C(2;-1)$.

Câu 46. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết các đỉnh A, B, C lần lượt nằm trên các đường thẳng *d*: $x+y-5=0$, *d₁*: $x+1=0$, *d₂*: $y+2=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C, biết BC = $5\sqrt{2}$.

• *Chú ý:* $d_1 \perp d_2$ *và ΔABC vuông cân tại A nên A cách đều* $d_1, d_2 \Rightarrow$ *A là giao điểm của d và đường phân giác của góc tạo bởi* $d_1, d_2 \Rightarrow A(3; 2)$.

Giả sử $B(-1; b) \in d_1$, $C(c; -2) \in d_2$. $\overrightarrow{AB} = (-4; b-2)$, $\overrightarrow{AC} = (c-3; -4)$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \\ BC^2 = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=5,\ c=0 \\ b=-1,\ c=6 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A(3;2),\ B(-1;5),\ C(0;-2) \\ A(3;2),\ B(-1;-1),\ C(6;-2) \end{array}\right.$.

Câu 47. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* cân tại đỉnh C biết phương trình đường thẳng AB là: $x+y-2=0$, trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\dfrac{14}{3};\dfrac{5}{3}\right)$ và diện tích của tam giác ABC bằng $\dfrac{65}{2}$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

• *Gọi H là trung điểm của AB* $\Rightarrow CH \perp AB \Rightarrow CH$: $x-y-3=0 \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow C(9;6)$.

Gọi $A(a;2-a) \in AB \Rightarrow B(5-a;a-3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5-2a;2a-5)$; $\overrightarrow{CH} = \left(-\dfrac{13}{2};-\dfrac{13}{2}\right)$

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{65}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}AB.CH = \dfrac{65}{2} \Leftrightarrow 8a^2 - 40a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=5 \end{array}\right.$

• *Với* $a=0 \Rightarrow A(0;2); B(5;-3)$ • *Với* $a=5 \Rightarrow A(5;-3),\ B(0;2)$

PT đường tròn (C) ngoại tiếp ΔABC có dạng: $x^2+y^2+2ax+2by+c=0 \quad (a^2+b^2-c>0)$

(C) qua A, B, C nên $\begin{cases} 4b+c=-4 \\ 10a-6b+c=-34 \\ 18a+12b+c=-117 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{-137}{26} \\ b = \dfrac{-59}{26} \\ c = \dfrac{66}{13} \end{cases}$

$\Rightarrow (C): x^2+y^2-\dfrac{137}{13}x-\dfrac{59}{13}y+\dfrac{66}{13}=0$

Câu 48. Trong mặt phẳng toạ độ *Oxy,* cho ΔABC có phương trình cạnh *AB:* $x+y-3=0$, phương trình cạnh *AC:* $3x+y-7=0$ và trọng tâm $G\left(2;\frac{1}{3}\right)$. Viết phương trình đường tròn đi qua trực tâm *H* và hai đỉnh *B, C* của tam giác ABC.

• $A=AB\cap AC \Rightarrow A(2;1)$. *Giả sử* $B(m;3-m)$, $C(n;7-3n)$.

$G\left(2;\frac{1}{3}\right)$ *là trọng tâm ΔABC nên:* $\begin{cases}2+m+n=6\\1+3-m+7-3n=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=1\\n=3\end{cases} \Rightarrow$ *B(1; 2), C(3; –2)*

H là trực tâm ΔABC $\Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}\\\overrightarrow{BH}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases} \Leftrightarrow H(10;5)$.

PT đường tròn (S) qua B, C, H có dạng: $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ $(a^2+b^2-c>0)$

Do B, C, H $\in$ *(S)* $\Leftrightarrow \begin{cases}2a+4b+c=-5\\6a-4b+c=-13\\20a+10b+c=-125\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-6\\b=-2\\c=15\end{cases}$. *Vậy (S):* $x^2+y^2-12x-4y+15=0$.

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho điểm A(0; 2) và đường thẳng d: $x-2y+2=0$. Tìm trên d hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B và AB = 2BC.

• $B\left(\frac{2}{5};\frac{6}{5}\right)$; $C_1(0;1)$; $C_2\left(\frac{4}{5};\frac{7}{5}\right)$

Câu 50. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC vuông cân ngoại tiếp đường tròn $(C): x^2+y^2=2$. Tìm toạ độ 3 đỉnh của tam giác, biết điểm A thuộc tia O*x*.

• *A là giao của tia Ox với (C)* $\Rightarrow A(2;0)$.

Hai tiếp tuyến kẻ từ A đến (C) là: $x+y-2=0$ *và* $x-y-2=0$.

Vì ΔABC vuông cân nên cạnh BC tiếp xúc với (C) tại trung điểm M của BC

$\Rightarrow$ *M là giao của tia đối tia Ox với (C)* $\Rightarrow M\left(-\sqrt{2};0\right)$.

Phương trình cạnh BC: $x=-\sqrt{2}$. *B và C là các giao điểm của BC với 2 tiếp tuyến trên*

$\Rightarrow$ *Toạ độ 2 điểm B, C là:* $\left(-\sqrt{2};2+\sqrt{2}\right),\left(-\sqrt{2};-2-\sqrt{2}\right)$.

Câu 51. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC có trung điểm của cạnh BC là điểm $M(3;-1)$, đường thẳng chứa đường cao kẻ từ đỉnh B đi qua điểm $E(-1;-3)$ và đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $F(1;3)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết rằng điểm đối xứng của đỉnh A qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm $D(4;-2)$.

• *Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, ta chứng minh được BDCH là hình bình hành nên M là trung điểm của HD suy ra* $H(2;0)$. *Đường thẳng BH có VTCP là* $\overrightarrow{EH}=(3;3)$ $\Rightarrow$ *VTPT là* $\vec{n}_{BH}=(1;-1) \Rightarrow BH: x-y-2=0$

+ *AC vuông góc với BH nên* $\vec{n}_{AC}=\vec{u}_{BH}=(1;1) \Rightarrow AC: x+y-4=0$

+ *AC vuông góc với CD nên* $\vec{n}_{DC}=\vec{u}_{AC}=(1;-1) \Rightarrow DC: x-y-6=0$.

+ *C là giao của AC và DC nên tọa độ C là nghiệm của hệ:* $\begin{cases}x+y-4=0\\x-y-6=0\end{cases} \Rightarrow C(5;-1)$

+ *M là trung điểm của BC nên* $B(1;-1)$. *AH vuông góc với BC* $\Rightarrow AH: x-2=0$

+ *A là giao điểm của HA và AC nên tọa độ A là nghiệm của hệ* $\begin{cases}x-2=0\\x+y-4=0\end{cases} \Rightarrow A(2;2)$.

Vậy: $A(2;2)$, $B(1;-1)$, $C(5;-1)$.

Câu 52. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC vuông tại A, biết B và C đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Đường phân giác trong của góc ABC là $d: x+2y-5=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác biết đường thẳng AC đi qua điểm $K(6;2)$

• *Giả sử* $B(5-2b;b), C(2b-5;-b) \in d$, $O(0;0) \in BC$

Gọi I đối xứng với O qua phân giác trong góc ABC nên $I(2;4)$ *và* $I \in AB$

Tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{BI} = (2b-3;4-b)$ *vuông góc với* $\overrightarrow{CK} = (11-2b;2+b)$

$\Leftrightarrow (2b-3)(11-2b)+(4-b)(2+b)=0 \Leftrightarrow -5b^2+30b-25=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=5 \end{array}\right.$

+ *Với* $b=1 \Rightarrow B(3;1), C(-3;-1) \Rightarrow A(3;1) \equiv B$ *(loại)*

+ *Với* $b=5 \Rightarrow B(-5;5), C(5;-5) \Rightarrow A\left(\frac{31}{5};\frac{17}{5}\right)$

Vậy $A\left(\frac{31}{5};\frac{17}{5}\right); B(-5;5); C(5;-5)$

Câu 53. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có đỉnh $A\left(\frac{4}{5};\frac{7}{5}\right)$ và phương trình hai đường phân giác trong BB′: $x-2y-1=0$ và CC′: $x+3y-1=0$. Chứng minh tam giác ABC vuông.

• *Gọi A_1, A_2 lần lượt là điểm đối xứng của A qua BB′, CC′ $\Rightarrow A_1, A_2 \in BC$.*
Tìm được: $A_1(0; -1)$, $A_2(2; -1)$ $\Rightarrow$ Phương trình BC: $y=-1$ $\Rightarrow B(-1; -1), C(4; -1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow$ *A vuông.*

Câu 54. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho phương trình hai cạnh của một tam giác là $5x-2y+6=0$ và $4x+7y-21=0$. Viết phương trình cạnh thứ ba của tam giác đó, biết rằng trực tâm của nó trùng với gốc toạ độ.

• *Giả sử:* $(AB): 5x-2y+6=0$, $(AC): 4x+7y-21=0 \Rightarrow A(0;3)$.
Đường cao BO đi qua B và vuông góc với AC $\Rightarrow (BO): 7x-4y=0 \Rightarrow B(-4;-7)$.
Cạnh BC đi qua B và vuông góc với OA $\Rightarrow (BC): y+7=0$.

Câu 55. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC có đỉnh A(1; 3) và hai đường trung tuyến của nó có phương trình là: $x-2y+1=0$ và $y-1=0$. Hãy viết phương trình các cạnh của ΔABC.

• *(AC): $x + 2y - 7 = 0$; (AB): $x - y + 2 = 0$; (BC): $x - 4y - 1 = 0$.*

Câu 56. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ O*xy*, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12;1)$, đường phân giác trong góc A có phương trình $d: x+2y-5=0$. $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Viết phương trình đường thẳng BC.

• *Gọi M là điểm đối xứng của B qua d* $\Rightarrow M(-6;13) \in (AC)$.
Giả sử $A(5-2a;a) \in d \Rightarrow C(8+2a;1-a)$. *Do* $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}$ *cùng phương* $\Rightarrow a=-2 \Rightarrow C(4;3)$
Vậy: $(BC): x-8y+20=0$.

Câu 57. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(2;-1)$, đường cao xuất phát từ A và đường phân giác trong góc C lần lượt là $d_1: 3x-4y+27=0$, $d_2: x+2y-5=0$. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.

• *Đường thẳng BC qua B và vuông góc với* $d_1 \Rightarrow (BC): 4x+3y+5=0$.

Toạ độ đỉnh C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 4x+3y+5=0 \\ x+2y-5=0 \end{cases} \Rightarrow C(-1;3)$.

Gọi B′ là điểm đối xứng của B qua $d_2 \Rightarrow B'(4;3)$ *và* $B' \in (AC)$.

Đường thẳng AC đi qua C và B′ $\Rightarrow (AC): y-3=0$.

Toạ độ đỉnh A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} y-3=0 \\ 3x-4y+27=0 \end{cases} \Rightarrow A(-5;3)$.

Đường thẳng AB qua A và B $\Rightarrow (AB): 4x+7y-1=0$.

Vậy: $(AB): 4x+7y-1=0$, $(BC): 4x+3y+5=0$, $(AC): y-3=0$.

Câu 58. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân, cạnh đáy BC có phương trình d_1: $x+y+1=0$. Phương trình đường cao vẽ từ B là d_2: $x-2y-2=0$. Điểm M(2; 1) thuộc đường cao vẽ từ C. Viết phương trình các cạnh bên của tam giác ABC.

• *B(0; –1).* $\overrightarrow{BM}=(2;2) \Rightarrow MB \perp BC$. *Kẻ MN // BC cắt d_2 tại N thì BCNM là hình chữ nhật.*

PT đường thẳng MN: $x+y-3=0$. *N = MN* $\cap$ *d_2* $\Rightarrow N\left(\frac{8}{3};\frac{1}{3}\right)$.

$NC \perp BC \Rightarrow$ *PT đường thẳng NC:* $x-y-\frac{7}{3}=0$.   *C = NC* $\cap$ *d_1* $\Rightarrow C\left(\frac{2}{3};-\frac{5}{3}\right)$.

$AB \perp CM \Rightarrow$ *PT đường thẳng AB:* $x+2y+2=0$.

$AC \perp BN \Rightarrow$ *PT đường thẳng AC:* $6x+3y+1=0$

Câu 59. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác có phương trình hai cạnh là $AB: 5x-2y+6=0$ và $AC: 4x+7y-21=0$. Viết phương trình cạnh BC, biết rằng trực tâm của nó trùng với gốc tọa độ O.

• *AB: $5x-2y+6=0$; AC: $4x+7y-21=0$ $\Rightarrow$ A(0;3)*

Phương trình đường cao BO: $7x-4y=0$ $\Rightarrow$ B(–4; –7)

A nằm trên Oy, vậy đường cao AO nằm trên trục Oy $\Rightarrow$ BC: $y+7=0$.

Câu 60. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB: $x-y-2=0$, phương trình cạnh AC: $x+2y-5=0$. Biết trọng tâm của tam giác G(3; 2). Viết phương trình cạnh BC.

• $A = AB \cap AC \Rightarrow$ *A(3; 1). Gọi* $B(b;b-2) \in AB, C(5-2c;c) \in AC$.

Do G là trọng tâm của ΔABC nên $\begin{cases} 3+b+5-2c=9 \\ 1+b-2+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=5 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow$ *B(5; 3), C(1; 2)*

$\Rightarrow$ *Phương trình cạnh BC:* $x-4y+7=0$.

Câu 61. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có A(2; 7) và đường thẳng AB cắt trục *Oy* tại E sao cho $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$. Biết rằng tam giác AEC cân tại A và có trọng tâm là $G\left(2;\frac{13}{3}\right)$. Viết phương trình cạnh BC.

• *Gọi M là trung điểm của BC. Ta có* $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ $\Rightarrow$ *M(2; 3). Đường thẳng EC qua M và có VTPT* $\overrightarrow{AG}=\left(0;-\frac{8}{3}\right)$ *nên có PT:* $y=3$ $\Rightarrow$ *E(0; 3)* $\Rightarrow$ *C(4; 3). Mà* $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$ *nên B(–1; 1).*

$\Rightarrow$ *Phương trình BC:* $2x-5y+7=0$.

Câu 62. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho ΔABC có đỉnh A(1;2), phương trình đường trung tuyến BM: $2x+y+1=0$ và phân giác trong CD: $x+y-1=0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

• *Điểm* $C\in CD: x+y-1=0 \Rightarrow C(t;1-t)$. *Suy ra trung điểm M của AC là* $M\left(\frac{t+1}{2};\frac{3-t}{2}\right)$.

Từ A(1;2), kẻ $AK\perp CD: x+y-1=0$ *tại I (điểm* $K\in BC$*).*

Suy ra $AK:(x-1)-(y-2)=0 \Leftrightarrow x-y+1=0$.

Tọa độ điểm I thỏa hệ: $\begin{cases}x+y-1=0\\x-y+1=0\end{cases}\Rightarrow I(0;1)$

Tam giác ACK cân tại C nên I là trung điểm của AK $\Rightarrow$ *tọa độ của* $K(-1;0)$.

Đường thẳng BC đi qua C, K nên có phương trình: $\frac{x+1}{-7+1}=\frac{y}{8}\Leftrightarrow 4x+3y+4=0$

Câu 63. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là (d_1): $x+y+2=0$, phương trình đường cao vẽ từ B là (d_2): $2x-y+1=0$, cạnh AB đi qua M(1; –1). Tìm phương trình cạnh AC.

• *Gọi N là điểm đối xứng của M qua (d_1)* $\Rightarrow N\in AC$. $\overrightarrow{MN}=(x_N-1,\ y_N+1)$

Ta có: $\overrightarrow{MN}\ //\ \vec{n}_{d_1}=(1;\ 1)\Leftrightarrow 1(x_N-1)-1(y_N+1)=0 \Leftrightarrow x_N-y_N=2$ (1)

Tọa độ trung điểm I của MN: $x_I=\frac{1}{2}(1-x_N),\ y_I=\frac{1}{2}(-1+y_N)$

$I\in(d_1)\Leftrightarrow \frac{1}{2}(1-x_N)+\frac{1}{2}(-1+y_N)+2=0\Leftrightarrow x_N+y_N+4=0$ (2)

Giải hệ (1) và (2) ta được N(–1; –3)

Phương trình cạnh AC vuông góc với (d_2) có dạng: x + 2y + C = 0.

$N\in(AC)\Leftrightarrow 1+2.(-3)+C=0\Leftrightarrow C=7.$ *Vậy, phương trình cạnh AC: x + 2y + 7 = 0.*

Câu 64. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ *Oxy*, cho tam giác ABC cân tại A, phương trình các cạnh AB, BC lần lượt là $x+2y-1=0$ và $3x-y+5=0$. Viết phương trình cạnh AC biết AC đi qua điểm M(1;–3).

• *Đường thẳng AC có VTPT:* $\vec{n}_1=(1;2)$. *Đường thẳng BC có VTPT* $\vec{n}_2=(3;-1)$.

Đường thẳng AC qua M(1; –3) nên PT có dạng: $a(x-1)+b(y+3)=0\quad (a^2+b^2\neq 0)$

ΔABC cân tại đỉnh A nên ta có: $\cos(AB,BC)=\cos(AC,BC)$

$$\Leftrightarrow \frac{3-2}{\sqrt{1^2+2^2}\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{|3a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{3^2+1^2}}\Leftrightarrow 22a^2-15ab+2b^2=0\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}b\ \vee\ a=\frac{2}{11}b$$

• *Với* $a=\frac{1}{2}b$, *chọn a = 1, b = 2 ta được AC:* $x+2y+5=0$ *(loại vì khi đó AC//AB)*

• *Với* $a=\frac{2}{11}b$, *chọn a = 2, b = 11 ta được AC:* $2x+11y+31=0$.

<u>*Câu hỏi tương tự:*</u>

a) $AB: 12x - y - 23 = 0$, $BC: 2x - 5y + 1 = 0$, $M(3;1)$ *ĐS:* $AC: 8x + 9y - 33 = 0$.

b) $AB: 2x - y + 6 = 0$, $BC: x - 3y - 2 = 0$, $M(3;2)$. *ĐS:* $AC: x + 2y - 7 = 0$.

Câu 65. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, cho tam giác ABC có điểm A(2; 3), đường phân giác trong góc A có phương trình $x - y + 1 = 0$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là I(6; 6) và diện tích tam giác ABC gấp 3 lần diện tích tam giác IBC. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.

• *Gọi (C) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. (C) có tâm* $I(6;6)$ *và bán kính* $R = IA = 5$

$\Rightarrow$ *(C):* $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 25$

Gọi D là giao điểm của (C) với đường thẳng $x - y + 1 = 0 \Rightarrow D(9;10)$

Ta có: $ID \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{ID} = (3;4)$ *là VTPT của BC* $\Rightarrow$ *Phương trình BC có dạng :*
$3x + 4y + m = 0$

Theo đề bài ta có $S_{\Delta ABC} = 3S_{\Delta IBC} \Leftrightarrow d(A,BC) = 3d(I,BC) \Leftrightarrow |18 + m| = 3|42 + m|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -54 \\ m = -36 \end{array}\right.$

Vậy có hai đường thẳng thỏa YCBT : $3x + 4y - 54 = 0$ *và* $3x + 4y - 36 = 0$

Câu 66. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, cho tam giác ABC có trực tâm $H(-1;4)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $I(-3;0)$ và trung điểm của cạnh BC là $M(0;-3)$. Viết phương trình đường thẳng AB, biết điểm B có hoành độ dương.

• *Giả sử N là trung điểm của AC. Vì ΔABH ~ ΔMNI và HA // MI nên* $\overrightarrow{HA} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow A(-7;10)$

Ta có: $IA = IB, IM \perp MB$ $\Rightarrow$ *Toạ độ điểm B thoả hệ:* $\begin{cases} (x+3)^2 + y^2 = 116 \\ -3x + 3(y+3) = 0 \end{cases} \Rightarrow B(7;4)$.

Vậy: Phương trình $AB: 3x + 7y - 49 = 0$.

Câu 67. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, cho tam giác ABC có A(3; 3), B(2; –1), C(11; 2). Viết phương trình đường thẳng đi qua A và chia ΔABC thành hai phần có tỉ số diện tích bằng 2.

• $3x + 2y - 15 = 0;\ 2x + 5y - 12 = 0$.

Câu 68. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho 2 đường thẳng $d_1: 2x + 5y + 3 = 0$; $d_2: 5x - 2y - 7 = 0$ cắt nhau tại A và điểm $P(-7;8)$. Viết phương trình đường thẳng d_3 đi qua P tạo với d_1, d_2 thành tam giác cân tại A và có diện tích bằng $\frac{29}{2}$.

• *Ta có* $A(1;-1)$ *và* $d_1 \perp d_2$. *PT các đường phân giác của các góc tạo bởi* d_1, d_2 *là:*

Δ_1: $7x + 3y - 4 = 0$ *và* Δ_2: $3x - 7y - 10 = 0$

d_3 *tạo với* d_1, d_2 *một tam giác vuông cân* $\Rightarrow d_3$ *vuông góc với* Δ_1 *hoặc* Δ_2.

$\Rightarrow$ *Phương trình của* d_3 *có dạng:* $7x + 3y + C = 0$ *hay* $3x - 7y + C' = 0$

Mặt khác, d_3 *qua* $P(-7;8)$ *nên C = 25 ; C′ = 77.*

Suy ra : $d_3: 7x + 3y + 25 = 0$ *hay* $d_3: 3x - 7y + 77 = 0$

Theo giả thiết tam giác vuông cân có diện tích bằng $\frac{29}{2}$ $\Rightarrow$ *cạnh huyền bằng* $\sqrt{58}$

Suy ra độ dài đường cao $AH = \frac{\sqrt{58}}{2} = d(A, d_3)$

• *Với* $d_3: 7x + 3y + 25 = 0$ *thì* $d(A; d_3) = \frac{\sqrt{58}}{2}$ *(thích hợp)*

• *Với* $d_3: 3x - 7y + 77 = 0$ *thì* $d(A; d_3) = \frac{87}{\sqrt{58}}$ *(loại)*

Câu 69. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho 4 điểm A(1;0), B(–2;4), C(–1;4), D(3;5). Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng $(\Delta): 3x - y - 5 = 0$ sao cho hai tam giác MAB, MCD có diện tích bằng nhau.

• *Phương trình tham số của Δ:* $\begin{cases} x = t \\ y = 3t - 5 \end{cases}$. *M ∈ Δ ⇒ M(t; 3t – 5)*

$S_{MAB} = S_{MCD} \Leftrightarrow d(M, AB).AB = d(M, CD).CD \Leftrightarrow t = -9 \vee t = \frac{7}{3} \Rightarrow M(-9; -32),\ M\left(\frac{7}{3}; 2\right)$

Câu 70. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có phương trình 2 cạnh AB, AC lần lượt là $x + 2y - 2 = 0$ và $2x + y + 1 = 0$, điểm $M(1;2)$ thuộc đoạn BC. Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}$ có giá trị nhỏ nhất.

• *Phương trình BC có dạng:* $a(x-1) + b(y-2) = 0, a^2 + b^2 > 0$.

ΔABC cân tại A nên $\cos B = \cos C \Leftrightarrow \frac{|a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{5}} = \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -b \\ a = b \end{array}\right.$

• *Với* $a = -b$*: chọn* $b = -1, a = 1 \Rightarrow$ *BC:* $x - y + 1 = 0 \Rightarrow B(0;1),\ C\left(\frac{-2}{3}; \frac{1}{3}\right) \Rightarrow$ *M không thuộc đoạn BC.*

• *Với* $a = b$*: chọn* $a = b = 1 \Rightarrow BC: x + y - 3 = 0 \Rightarrow B(4;-1),\ C(-4;7) \Rightarrow$ *M thuộc đoạn BC.*

Gọi trung điểm của BC là $I(0;3)$ *.Ta có:* $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IB}).(\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IC}) = DI^2 - \frac{BC^2}{4} \geq -\frac{BC^2}{4}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow D \equiv I$ *. Vậy* $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}$ *nhỏ nhất khi D(0; 3).*

Câu 71. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho điểm A(2;–3), B(3;–2), tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$; trọng tâm G của ΔABC nằm trên đường thẳng (d): $3x - y - 8 = 0$. Tìm bán kính đường tròn nội tiếp Δ ABC.

• *Gọi C(a; b), (AB): x –y –5 =0 ⇒ d(C; AB) =* $\frac{|a-b-5|}{\sqrt{2}} = \frac{2S_{\Delta ABC}}{AB}$

$\Rightarrow |a - b - 5| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a - b = 8 & (1) \\ a - b = 2 & (2) \end{array}\right.$; *Trọng tâm G* $\left(\frac{a+5}{3}; \frac{b-5}{3}\right)$ *∈ (d) ⇒ 3a –b =4 (3)*

• *(1), (3) ⇒ C(–2; 10) ⇒ r =* $\frac{S}{p} = \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{65} + \sqrt{89}}$

• *(2), (3) ⇒ C(1; –1) ⇒* $r = \frac{S}{p} = \frac{3}{\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}$

Câu 72. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng 96. Gọi $M(2;0)$ là

trung điểm của AB, phân giác trong của góc A có phương trình: $d: x-y-10=0$. Đường thẳng AB tạo với d một góc α thỏa mãn $\cos a = \frac{3}{5}$. Xác định các đỉnh của tam giác ABC.

• *Gọi* M' *đối xứng với* $M(2;0)$ *qua* $d: x-y-10=0 \Rightarrow M'(10;-8)$.
PT đường thẳng AB qua $M(2;0)$ *có dạng:* $a(x-2)+by=0$.
AB tạo với $d: x-y-10=0$ *một góc* $\alpha \Rightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{2}} = \cos a = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=7b \\ b=7a \end{array}\right.$

• *Với* $a=7b \Rightarrow AB: \ 7x+y-14=0$. *AB cắt d tại A* $\Rightarrow A(3;-7) \Rightarrow B(1;7) \Rightarrow AB=10\sqrt{2}$
$\Rightarrow S_{\Delta AM'B} = \frac{1}{2}AB.d(M',AB) = 48 = \frac{1}{2}S_{\Delta ABC} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM'} \Rightarrow C(17;-9)$

• *Với* $b=7a \Rightarrow AB: \ x+7y-2=0$. *AB cắt d tại A* $\Rightarrow A(9;-1) \Rightarrow B(-5;1) \Rightarrow AB=10\sqrt{2}$
$\Rightarrow S_{\Delta AM'B} = \frac{1}{2}AB.d(M',AB) = 48 = \frac{1}{2}S_{\Delta ABC} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM'} \Rightarrow C(11;-15)$
Vậy, $A(3;-7), B(1;7), C(17;-9)$ *hoặc* $A(9;-1), B(-5;1), C(11;-15)$.

Câu 73. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Đỉnh B(1; 1). Đường thẳng AC có phương trình: $4x+3y-32=0$. Trên tia BC lấy điểm M sao cho $BC.BM=75$. Tìm đỉnh C biết bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC bằng $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

• *Đường thẳng (AB) qua B và vuông góc với (AC)* $\Rightarrow (AB): 3x-4y+1=0 \Rightarrow A(5;4)$.
Gọi E là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp của tam giác AMC với BA thì ta có:
$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BC} = 75$ *(vì M nằm trên tia BC)* $\Rightarrow$ *tìm được* $E(13;10)$.
Vì ΔAEC vuông tại A nên CE là đường kính của đường tròn ngoại tiếp ΔAMC $\Rightarrow EC = 5\sqrt{5}$.
Do đó C là giao của đường tròn tâm E bán kính $r = 5\sqrt{5}$ *với đường thẳng AC.*
$\Rightarrow$ *Toạ độ của C là nghiệm của hệ* $\begin{cases} 4x+3y-32=0 \\ (x-13)^2+(y-10)^2=125 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2; y=8 \\ x=8; y=0 \end{array}\right.$.
Vậy: $C(2;8)$ *hoặc* $C(8;0)$.

Câu 74. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, phương trình đường thẳng BC: $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$, các đỉnh A và B nằm trên trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 2. Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC.

• *Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ:* $\begin{cases} \sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow B(1;0)$.
Đường thẳng BC có hệ số góc $k=\sqrt{3}$ *nên* $ABC = 60^0$ $\Rightarrow$ *đường phân giác trong BE của tam giác ABC có hệ số góc* $k' = \frac{\sqrt{3}}{3}$ *nên có phương trình:* $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$.
Tâm $I(a;b)$ *của đường tròn nội tiếp ΔABC thuộc BE và* $d(I,Ox)=2$ *nên:* $|b|=2$.
+ *Với* $b=2 \Rightarrow a=1+2\sqrt{3} \Rightarrow I(1+2\sqrt{3};2)$.
+ *Với* $b=-2 \Rightarrow a=1-2\sqrt{3} \Rightarrow I(1-2\sqrt{3};-2)$.
Đường phân giác trong AF có dạng: $y=-x+m$. *Vì AF đi qua I nên:*
+ *Nếu* $I(1+2\sqrt{3};2)$ *thì* $m=3+2\sqrt{3} \Rightarrow (AF): y=-x+3+2\sqrt{3} \Rightarrow A(3+2\sqrt{3};0)$.

Do $AC \perp Ox$ *nên AC có phương trình:* $x = 3 + 2\sqrt{3}$. *Từ đó suy ra* $C(3 + 2\sqrt{3}; 6 + 2\sqrt{3})$.

Suy ra toạ độ trọng tâm $G\left(\frac{4+4\sqrt{3}}{3}; \frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$.

+ *Nếu* $I(1-2\sqrt{3}; -2)$ *thì* $m = -1 - 2\sqrt{3} \Rightarrow (AF): y = -x - 1 - 2\sqrt{3} \Rightarrow A(-1-2\sqrt{3}; 0)$.

Do $AC \perp Ox$ *nên AC có phương trình:* $x = -1 - 2\sqrt{3}$. *Từ đó suy ra* $C\left(-1-2\sqrt{3}; -6-2\sqrt{3}\right)$.

Suy ra toạ độ trọng tâm $G\left(\frac{-1-4\sqrt{3}}{3}; \frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$.

Vậy có hai điểm thoả YCBT: $G\left(\frac{4+4\sqrt{3}}{3}; \frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$ *hoặc* $G\left(\frac{-1-4\sqrt{3}}{3}; \frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$.

Câu 75. Trong mặt phẳng toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC cân tại A. Đỉnh A có toạ độ là các số dương, hai điểm B, C nằm trên trục O*x*, phương trình cạnh $AB: y = 3\sqrt{7}(x-1)$. Biết chu vi của ΔABC bằng 18, tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

• *Ta có:* $B = (AB) \cap Ox \Rightarrow B(1;0)$. *Giả sử* $A\left(a; 3\sqrt{7}(a-1)\right)$ ($a > 1$ *vì* $x_A > 0, y_A > 0$).

Gọi AH là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow H(a;0) \Rightarrow C(2a-1;0)$.

$\Rightarrow BC = 2(a-1),\ AB = AC = 8(a-1)$. $P_{\Delta ABC} = 18 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow C(3;0), A\left(2; 3\sqrt{7}\right)$.

Vậy: $A\left(2; 3\sqrt{7}\right)$, $B(1;0)$, $C(3;0)$.